

TRABAJOS ORIGINALES

DINAMICA DE STOCK BOVINO: UN MODELO MATEMATICO

Alberto Niño de Zepeda D. (MV), Mario Maino M. (MV)

A MATHEMATICAL MODEL FOR THE DYNAMIC OF STOCK IN BOVINE

The objective of the present study has been the elaboration of a mathematical model that will constitute an analytical framework for a better understanding of the dynamics of the bovin subsector. The use of a methodology of an objective nature, such as mathematical models, imply in the first place, the stipulation of a series of definitions of conceptual character related to the processes involved. Even though these are frequently present in the minds of specialists in the way of intuitive images, it is difficult to generalize from them, with the required clearness. The model's structure is based on three submodels. A basic submodel which explains the relationships which determine the general context in which the sectorial dynamics are inserted. These are represented in the submodel of productive progress and in the submodel of growth. Thus, the model permits the identification and analysis of processes of a specific character, such as the analysis of significance of a particular parameter in terms of sectorial development, or the knowledge of the global effects of a determined investment effort. Finally, although the development of a model of sectorial programming is not the main objectives of present study, the latter constitutes an instrument of great utility for programming, above all in relation with the formulation of objectives and sectorial goals, thus allowing the evaluation of the program's internal coherence.

Los elevados niveles de deuda externa determinan que hoy más que nunca en Chile se requiera de un esfuerzo productivo generalizado, donde no sólo basta con promover el desarrollo de un sector productivo particular y a determinados niveles de escala, sino que es imprescindible que cada sector económico, en sus diversos niveles productivos, se constituya en un sector dinámico con posibilidades de autosustentación, generador de producto y empleo. Dado lo anterior, se hace imprescindible que a nivel público y privado exista un proceso de planificación del accionar, de manera de alcanzar un continuo en la consecución de metas productivas, que se traduzcan en crecimiento sectorial sostenido y, en definitiva, en mejoramiento del nivel de bienestar nacional.

La cantidad y calidad de la información es un requisito básico de la planificación, así como del proceso de toma de decisiones para la acción. La información no sólo está representada por un

“pool” de estadísticas disponibles, sino que una parte fundamental está constituida por el mejor conocimiento de los factores y variables involucradas en el sistema analizado, así como también por las interrelaciones que se desarrollan entre dichos factores al interior de cada sistema (Foxley, 1975). Este último tipo de información se hace aún más relevante en aquellos sectores que presentan una gran descentralización en el proceso de toma de decisiones (Timmer y Cols., 1983). Este es el caso del sector de producción bovina, objetivo de este estudio, el que además de conformar un sector importante en la contribución económica, ya sea en términos de producto o empleo (CORFO-U. Austral, 1987), constituye un sector fundamental debido a su importancia en la satisfacción de las demandas alimentarias de la población, así como en la mejor utilización de vastos territorios de clara vocación ganadera (Troncoso y Carmona, 1985).

El presente trabajo tiene por objetivo elaborar un modelo matemático que constituya un marco analítico para el mejor conocimiento de la dinámica del subsector bovino. Además, y como resultado de dicha elaboración, obtener un instrumento

Departamento de Fomento de la Producción Animal.
Facultad de Ciencias Veterinarias y Pecuarias.
Universidad de Chile. Casilla 2, Correo 15.
Santiago, Chile.

para la mejor definición de políticas de desarrollo sectorial.

MATERIAL Y METODOS

La obtención de un modelo que permita incrementar el conocimiento de una parte de la realidad estudiada, comporta normalmente una serie de actividades. A continuación se describen las seguidas en el presente trabajo (corresponde con ligeras modificaciones a las descritas por Iruretagoyena (1982)), teniendo en cuenta que el orden en el que se presentan responde al proceso lógico a seguir, pero que la tarea en conjunto tuvo un carácter iterativo:

- a) Observación de la realidad a modelizar con el objeto de conocer e identificar los principales aspectos que la conforman.
- b) Definición del problema a resolver. Ello implicó formular las cuestiones más relevantes que se esperaba pudieran ser resueltas, es decir, definir los objetivos del modelo.
- c) Delimitación del sistema y de sus fenómenos a modelizar, con lo cual se obtuvo una representación mental de la realidad.
- d) Selección de las variables más relevantes a incluir y representación de las interrelaciones entre las mismas. Esto dio lugar a un primer modelo de carácter estructural.
- e) Expresión, en términos matemáticos, de las relaciones entre variables, con lo que se obtuvo un modelo funcional.

RESULTADO Y DISCUSION

1. Estructura del Modelo de Stock Bovino

Cuando se quiere sistematizar el análisis de un sector productivo particular* no es posible abstraerse de las interrelaciones que dicho sector posee con otros sectores productivos de la economía. Es así como cuando el sector en estudio es el sector de producción bovina, se debe considerar a lo menos dos sectores productivos, el sector industria de la carne y un segundo sector que englobe el resto de los sectores productivos nacionales. También es necesario considerar otras entidades, que si bien pueden no conformar sectores productivos, constituyen sectores de influencia. Entre éstos se encuentra el sector externo, el

* Entenderemos por el "sector de producción bovina" aquel sector cuyo producto final es el animal, y cuyo destino será el mismo sector o el sector industria de la carne. Resaltamos esta situación por cuanto no se considera en el estudio al sector de producción de leche, que aunque se entremezcla con el sector en cuestión conforma un sector productivo, que para el análisis aquí desarrollado, es diferente.

gobierno, las familias y la comunidad científico-tecnológica. Por último, es fundamental considerar la base de recursos, recursos naturales en este caso, sobre los cuales se asienta el sector.

Estos sectores se interrelacionan entre sí y con el sector en cuestión a través de un conjunto de flujos o variables que en definitiva determinarán el estado y dinámica del sector objetivo. En este caso se pueden definir dos tipos de flujos. Se llamarán flujos económicos a aquellos que se representan por variables económicas y que en definitiva conforman un conjunto de relaciones contables que poseen como contrapartida flujos financieros.

Al segundo tipo de flujos se denominará flujos funcionales y constituyen flujos de información o actividad que determinan los factores técnico-biológicos que ingresan a la función de producción. Debido a que estos últimos no son cuantificables en sí mismos, se utilizará un conjunto de parámetros que los representen. Son muchos los que se pueden usar, sin embargo, es necesario elegir sólo algunos, los más relevantes, es decir, los que conformen indicadores que resuman los elementos cualitativos de influencia más importante.

Por otro lado, es necesario elegir una variable de estado a través de la cual podamos medir u observar el estado y dinámica sectorial. En este caso particular parece ser el stock de animales la variable que mejor representa al sector de producción de carne bovina.

La existencia o stock de animales posee la característica de tener una doble dimensión de análisis. Por un lado conforma una unidad biológica y por el otro una unidad económica.

Visto como una unidad biológica el stock se puede desagregar a su vez en dos unidades funcionales: una unidad reproductiva compuesta de aquellos animales con función reproductora y una unidad productiva compuesta de aquellos animales cuyo objetivo es alcanzar un grado de desarrollo adecuado para ser beneficiado, o bien, aquellos que por constituir el desecho resultante del proceso de selección también son beneficiados para consumo.

Desde el punto de vista económico el stock de animales representa un stock de capital que puede descomponerse en stock de producto, terminado o en elaboración, y en bienes de capital. De la variable stock se puede además obtener dos tipos de datos, por un lado su tamaño absoluto y por el otro su composición.

El tamaño corresponde al número de animales en existencia, que dependiendo de la variable a la cual se relacione podrá entregar antecedentes respecto, por ejemplo, al mercado que se puede abastecer, o por ejemplo, si se relaciona al recurso suelo disponible, sobre la potencialidad de desarro-

llo del sector. En tanto a partir de la composición se podrá conocer la eficacia productiva.

El modelo está estructurado en base a tres submodelos que intentan rescatar todas las variables que a nuestro juicio son relevantes cuando se quiere estudiar el subsector bovino. El primer submodelo se llamará Submodelo Básico e intenta explicitar un conjunto de relaciones que determinan el contexto general donde se insertarán las dinámicas sectoriales, representadas éstas por el Submodelo de Progreso Productivo y el Submodelo de Crecimiento.

2. Submodelo Básico

En primer lugar, se sabe que las existencias de un período dado E_{t+1} , son equivalentes a las existencias de un período inmediatamente anterior, E_t más el balance resultante entre lo producido, lo faenado y lo comercializado con el exterior.

$$(1) \quad E_{t+1} = (E_t + Q_t + Mp_t) - (F_t + Xp_t)$$

donde:

Q = Producción; F = Faena o Beneficio; Xp = Exportaciones de animales en pie; Mp = Importaciones de animales en pie.

A su vez la producción (Q) se puede expresar como el producto de la tasa de extracción (w) y las existencias del período.

$$(2) \quad Q_t = wE_t$$

En tanto el número de animales beneficiados (F) será igual a la oferta interna de carnes (OIC) dividida por el peso promedio de la canal (Wc), el que será a su vez equivalente al peso promedio de beneficio (Wb) multiplicado por el rendimiento de la canal (Ω).

$$(3) \quad F_t = OIC_t \frac{1}{Wc_t}$$

$$(4) \quad Wc_t = Wb_t \Omega$$

La oferta interna de carne (OIC) será, en términos ex post, equivalente al consumo interno total de carnes ($CITC$) más el saldo resultante del comercio exterior.

$$(5) \quad OIC_t = CITC_t + (XC_t - MC_t)$$

donde:

MC = Importaciones de carnes; XC = Exportaciones de carnes.

En relación al consumo interno, se supondrá que éste crece a una tasa dada determinada por las condiciones de ingreso de la población.

$$(6) \quad CITC_t = CITC_{t-1} (1+td)$$

donde: td = tasa de crecimiento de la demanda por carne bovina.

Queda por definir aún lo que matemáticamente se entenderá por tasa de extracción (W).

Inicialmente se definirá el concepto de producción bovina (Q).

El flujo de producción en un período dado, está representado por las ventas de ese período más la variación de los stocks de productos.

Así:

$$Q = \text{Salidas por ventas} + \text{Variación de stocks.}$$

La variación de stock a su vez estará determinada por la diferencia entre los flujos de entrada de producto y las salidas de producto totales (salidas por venta y salidas por pérdidas).

Así:

$$Q = \text{Salidas por ventas} + (\text{Entradas} - \text{salidas totales}).$$

Siendo: Salidas totales = Salidas por ventas + pérdidas.

Con lo cual la producción quedaría como:

$$Q = \text{Entradas} - \text{pérdidas}$$

Las entradas equivalen a los terneros nacidos en un período de tiempo dado. Estos serán igual al producto del número de vacas por la tasa de parición. Así:

$$TN = Vf$$

donde:

TN = terneros nacidos; V = número de vacas; f = tasa de parición.

Las pérdidas, en tanto, serían equivalentes al número de animales muertos no comercializados, que a su vez se podrían representar como sigue:

$$P = mt Vf + ma (E - Vf)$$

donde:

P = pérdidas; mt = mortalidad de terneros; ma = mortalidad de adultos; E = existencias totales.

Con lo que la producción bovina quedaría representada a través de la siguiente ecuación. (Nótese que existe una diferencia sustancial con el concepto de producción de carne, el que normalmente tiende a asociarse al Beneficio expresado en toneladas de carne en vara):

$$Q = Vf - mtVf - ma (E - Vf)$$

Así, dividiendo ambos lados por el número de animales totales se tendrá la definición de la tasa de extracción (W).

$$(7) \quad W_t = v_t f_t (1 - mt) - ma (1 - v_t f_t)$$

La tasa de parición, definida como el número de partos ocurridos en relación al número de vacas totales (f) constituye en este modelo un indicador agregado de la capacidad reproductiva del rebaño.

Con el objeto de tener una visión más nítida del cómo interactúan dichos factores en la formación del indicador global es que se analizará dicho parámetro.

$$f = \frac{\text{Partos}}{\text{Total vacas}} = 1 - \frac{\text{No vacas no encastadas}}{\text{Total vacas}} + \frac{\text{No vacas encastadas y no preñadas}}{\text{Total vacas}} + \frac{\text{No vacas preñadas y abortadas}}{\text{Total vacas}}$$

Haciendo algunas modificaciones algebraicas se podrá escribir esta relación como:

$$(8) \quad f = ie - a$$

donde:

$$i = \text{Tasa de fertilidad} = \frac{\text{No vacas preñadas}}{\text{No vacas encastadas}}$$

$$e = \text{Tasa de encaste} = \frac{\text{No vacas encastadas}}{\text{Total vacas}}$$

$$a = \text{Tasa de abortos} = \frac{\text{No vacas abortadas}}{\text{Total vacas}}$$

con lo que la tasa de parición se compone del producto de la tasa de fertilidad y la tasa de encaste, descontada la tasa de aborto. Estos componentes constituyen indicadores más precisos relacionados a áreas de acción particular.

Por último, tanto el porcentaje de vacas en la masa (v) así como el número de vacas (V) quedan representadas en las siguientes expresiones algebraicas:

$$(9) \quad v_t = \frac{V_t}{E_t}$$

$$(10) \quad V_t = V_{t-1} (1 - ma) (1 + \delta)$$

donde:

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \text{porcentaje de retención de vacas}$$

3. Dinámica sectorial

Cuando se habla de dinámica sectorial se refiere a cómo evoluciona la variable estado elegida, es decir, el stock, tanto en su nivel como composición. Lo que interesa es identificar los factores determinantes de dicha dinámica y a través de ésta, del desarrollo sectorial. El conocer los factores involucrados no es tan problemático y se podrían enumerar con cierta facilidad. Sin embargo, el conocer su grado de influencia e interrelación es

En primer lugar, se dirá que el número de partos ocurridos en un período de tiempo determinado es equivalente al número total de vacas menos aquellas que quedaron al margen del proceso reproductivo, ya sea porque no fueron encastadas, no fueron preñadas o bien abortaron durante el desarrollo de su gestación. Se puede entonces escribir la tasa de parición como:

más complejo y requiere de una metodología objetiva que nos dé luces al respecto.

Antes de entrar a detallar los submodelos, de progreso productivo y crecimiento, se hace necesario precisar lo que se entenderá por desarrollo del subsector de producción bovina.

El concepto de desarrollo debe ser entendido como la conjunción de dos fenómenos: aumento en el nivel de productividad de la masa, lo que llamaremos Progreso Productivo, y el Crecimiento de la misma, entendido como la diferencia positiva en el nivel de existencia de dos períodos de tiempo. En otras palabras, el desarrollo estará relacionado a la utilización óptima y plena del recurso disponible. Por lo tanto, se podrá pensar que su nivel potencial corresponderá al punto donde las existencias copen dicho recurso y el nivel productivo corresponda al máximo esperable. El camino a recorrer para pasar del nivel de producción actual al nivel deseado o planificado en determinado horizonte de tiempo, puede seguir múltiples alternativas producto de las diferentes combinaciones entre crecimiento y progreso productivo (desarrollo tecnológico) que permitirán generar los niveles de producción programados como metas.

Si se grafica esto como un mapa de isoproductos (gráfico 1) se puede ver que para pasar de un nivel de producción Q_0 a otro Q_2 , se puede, por ejemplo, seguir el camino D_0 - D_1 - D_2 que correspondería a una estrategia que en una primera etapa priorizaría el crecimiento de la masa, para una vez alcanzado el punto D_1 abocarse a un aumento de productividad de la misma.

En resumen, si el desarrollo de la ganadería bovina se traduce en el mejoramiento progresivo y continuo del nivel de producción, podemos identificar dos procesos involucrados: el proceso de crecimiento del stock de animales regido principalmente por los flujos de inversión directa; y el proceso de mejoramiento de productividad orientado a su vez por los flujos de inversión indirecta. Entendemos por inversión directa, aquel proceso

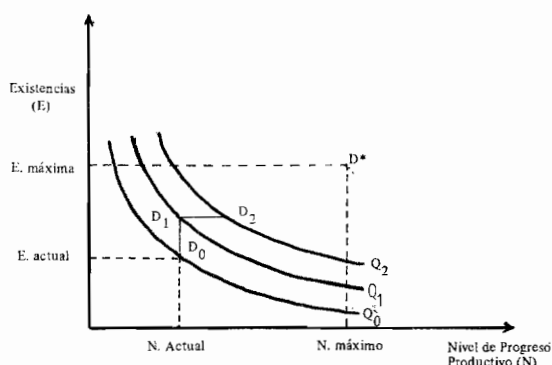


Gráfico 1: Representación del proceso de inversión y producción en la ganadería bovina.

que aumenta la capacidad de oferta vía ampliar la capacidad productiva existente. En otras palabras, corresponde principalmente a los flujos de retención y liquidación de vientres. Se entiende por inversiones indirectas aquellos incrementos de la capacidad de oferta vía mejoramientos de productividad.

3.1 Submodelo progreso productivo

Como ya se señaló, el progreso productivo corresponde a la mejora en el nivel de productividad de la masa, el cual se puede visualizar a través del cambio en la composición del stock producto de las variaciones en el valor de los parámetros técnico-sanitarios, *ceteris paribus* el resto de las variables.

En otros términos, progreso productivo será el cambio que experimenta el sector, detectado a

donde:

$$v^* = \text{porcentaje de vacas en el equilibrio}; f = \text{Tasa de parición} = \frac{\text{N}^\circ \text{ partos al año}}{\text{N}^\circ \text{ de vacas}}$$

mt = Tasa de mortalidad de terneros; ma = Tasa de mortalidad de adultos;

g = Proporción de toros y bueyes respecto al total de vacas;

k = Edad de madurez comercial o reproductiva.

Se puede escribir entonces la composición de equilibrio como sigue:

$$(12) \quad 1 = v^* + v^*f(1-mt) + v^*f(1-mt)(1-ma) [1 + (k-2)(1-ma)^{k-2}] + v^*g(1-ma)$$

Luego, para calcular dicha composición es necesario despejar de la ecuación anterior el término v ,

través de la composición de las existencias, al variar la magnitud y composición de los llamados anteriormente flujos funcionales. Cabe preguntar entonces, ¿cuáles serán los cambios que pueden ocurrir en la composición?, o en otras palabras ¿qué composición es más deseada o “más desarrollada”?

Para esto se supondrá que la masa se compone de la siguiente manera:

$$(11) \quad 1 = v + t + nv + to$$

donde:

v = Porcentaje de vacas; t = Porcentaje de terneros (hasta el año de edad); nv = Porcentaje de novillos y vaquillas (desde el año hasta la edad de comercialización o de madurez reproductiva); to = Porcentaje de toros y bueyes en la masa.

Se llamará composición de equilibrio a aquella que permanece invariable al no existir cambios en las expectativas de mercado o en el valor de los parámetros técnico-sanitarios. En dicho momento existirá una relación precisa entre el porcentaje de vacas en la masa y el porcentaje de las restantes categorías. De acuerdo con esto se puede expresar, para el equilibrio, las distintas categorías en términos del porcentaje de vacas y parámetros.

Así tendremos que:

$$v^* = v(1-ma)$$

$$t^* = v^*f(1-mt)$$

$$nv^*_{1-2} = v^*f(1-mt)(1-ma)$$

$$nv^*_{2-k} = v^*f(1-mt)(1-ma)^{k-1} (k-2)$$

$$to^* = v^*g(1-ma)$$

dejándolo en función sólo de los parámetros técnico-sanitarios así;

$$(13) \quad v^* = [(1-ma)g + f(1-mt)(1 + (1-ma)(1 + (k-2)(1-ma)^{k-2}))]^{-1}$$

Una vez conocido el porcentaje de vacas en el equilibrio se puede calcular el valor porcentual de equilibrio para las restantes categorías. El equilibrio lleva implícitas cuatro condiciones, una tasa de reposición constante, sólo se comercializa produc-

to terminado, no existen importaciones de vacas y que la masa se encuentre estable.

Se supondrá ahora una situación en que el valor deseado para cada uno de los parámetros es:

Tasas de mortalidades = 0; Edad de madurez

comercial y reproductiva = 2 años; Tasa de parición = 100%.

Al reemplazar estos valores en las ecuaciones correspondientes para cada categoría, se tendrá la siguiente composición de equilibrio:

$$\begin{aligned} v^* &= v^*; \\ t^* &= v^* \\ nv^* &= v^* \\ to &= v^*g \end{aligned}$$

Se supondrá, además, para simplificar el análisis, que no existen bueyes y que sólo se utiliza inseminación artificial. En ese momento la masa se compondrá de tercios iguales. Es decir, existirá un tercio de vacas, un tercio de terneros y un tercio de vaquillas y novillos. Será esta estructura, entonces, la composición más desarrollada. Si es así, podemos construir un coeficiente a través del cual se pueda conocer el grado de progreso productivo. Este coeficiente sólo tendrá la propiedad de ser un indicador resumen del comportamiento de un conjunto de parámetros productivos. Su objetivo sólo es facilitar la evaluación del estado productivo, al contar con un solo valor que resuma la situación. No obstante esto, será siempre necesario conocer desagregadamente el valor de los parámetros, por cuanto esto permitirá identificar las áreas deficitarias. El valor de este coeficiente tendrá validez sólo en términos relativos, ya sea comparándolos a un valor pasado del mismo universo, o bien, al comparar dos o más universos entre sí.

Llamaremos coeficiente de productividad (C_p) a la medida de la diferencia existente entre la composición porcentual de equilibrio de un stock de animales en particular y la composición óptima usada como patrón de comparación. De acuerdo a la siguiente fórmula:

$$(14) \quad C_p = \sqrt{\sum_i (C - C_o)^2_i}$$

donde:

- i = las diferentes categorías consideradas (vacas, novillos, vaquillas, terneros)
- C = la participación porcentual en el equilibrio de cada categoría
- C_o = la participación porcentual óptima de referencia de cada categoría.

Por último, el estimar la composición de equilibrio permite conocer la dinámica de corto plazo a través de su comparación con la composición observada en un momento determinado.

Una masa cualquiera en un momento determinado t , posee una posición respecto al equilibrio. Es decir, la masa puede tener la composición de equilibrio o una diferente, producto de que esa masa posee una dinámica particular generada por

cambios ocurridos con antelación en las expectativas de mercado, o producto de cambios ocurridos en los flujos funcionales. Para conocer esto, es necesario calcular el porcentaje de vacas en el equilibrio a partir de los parámetros que ésta posea y luego compararlo con el valor observado.

Así, si:

$$v < v^*$$

La masa se encuentra en una fase ascendente y su tendencia de corto plazo será de crecimiento si:

$$v = v^*$$

La masa se encuentra en el equilibrio y su tendencia será a permanecer estable.

Y si:

$$v > v^*$$

La masa se encuentra en una fase descendente y su tendencia de corto plazo será a disminuir.

Nótese que se habla sólo de tendencia, ya que es posible que ocurran cambios en las variables que determinan los flujos de entrada y salida durante el período necesario para alcanzar el equilibrio. Por otra parte, y teniendo ahora claro el concepto de composición de equilibrio, se puede decir que los procesos de inversión indirecta son aquellos que alteran dicha composición producto de cambios en el valor de los parámetros técnico-sanitarios involucrados. Así, por ejemplo, podemos citar los esfuerzos públicos de erradicación de enfermedades, las mejoras en el manejo reproductivo, genético, alimenticio, etc.

3.2 Submodelo de crecimiento

A diferencia del submodelo progreso productivo, en donde el análisis se centra en la relación parámetro-progreso productivo, el submodelo de crecimiento prioriza la relación inversión directa-crecimiento.

En la producción bovina se encontrarán diversas formas de inversión directa. Sin embargo, para efecto de la dinámica de masas no todas interesan. Así, existen inversiones de corto y mediano plazo, las primeras corresponden a aquellas cuyo efecto es de carácter temporal. Generalmente, esta forma de inversión corresponde a la mantención de un producto terminado por un período mayor de tiempo, debido a las variaciones estacionales en el precio. Este es el caso de la retención en el predio de animales gordos.

El carácter temporal está dado fundamentalmente por dos elementos. Primero por el hecho de que generalmente las expectativas que maneja el productor es de sólo algunos meses y está basada en la curva de estacionalidad de precios y disponi-

bilidad de forrajes, y en segundo lugar, por cuanto la eficiencia de conversión del animal terminado disminuye bruscamente, lo que posibilita que aunque el nivel de precio se mantenga bajo para el productor, en un lapso breve se hace conveniente la venta.

Diferente es el caso de las decisiones de mediano plazo, donde el productor se basa en consideraciones o variables de mayor estabilidad en el tiempo, como pueden ser las tendencias de precios de los últimos años, las políticas públicas desarrolladas o por desarrollar, las posibilidades de ampliación de mercado, etc. Estas inversiones toman forma en una ampliación de la unidad reproductiva, representada por el número de vacas, que es en definitiva el factor determinante de la dinámica bovina. Los efectos esperados de una inversión en vacas, se obtendrán en un plazo que supera el año, de ahí la consideración de mayor permanencia de dicha inversión. Sin embargo, dada la duplicidad funcional de las vacas como factor de producción y producto, existe una gran flexibilidad en cuanto al cambio de expectativas. En otras palabras, y a diferencia de procesos industriales, existe la posibilidad de ajustar la capacidad de producción al tamaño de mercado relativamente rápido.

Es esta última la forma de inversión que nos interesa. Definiremos entonces la tasa de inversión (I) como la relación existente entre el incremento en el número de vacas (ΔV) y las existencias (E) de un período precedente:

$$(15) \quad I_t = \frac{(V_t - V_{t-1})}{E_{t-1}}$$

donde V = número de vacas

A continuación se verá cómo dicha tasa de inversión se traduce en crecimiento.

Dado que es la inversión en vacas la que interesa, se podrán identificar dos efectos sobre las existencias. Uno es el efecto directo de las hembras retenidas que van lógicamente a aumentar las existencias y luego va a existir el efecto que se genere a partir del producto de esas hembras, es decir, los terneros nacidos de esas hembras. Así, entonces, se llamará al primer tipo, efecto primario de la inversión y al segundo, efecto secundario.

Aunque ambos efectos son claramente identificables teóricamente, no son fácilmente separables en tiempo, ya que se podría plantear que el primer efecto (h_1) corresponde al producto de la tasa de retención (δ) y el porcentaje de vacas en masa (v), y el segundo (h_2) correspondería al producto de la tasa de parición (f), porcentaje de vacas en la masa (v) y tasa de sobrevivencia de terneros ($1-mt$).

Así:

$$h_1 = \delta \cdot v$$

$$h_2 = f \cdot v (1-mt)$$

donde:

$$\delta = \frac{\Delta V}{V}$$

Sin embargo, lo que interesa es más que todo conocer el efecto total correspondiente a la agregación de ambos. Dado esto, se estimará el efecto total a través de la definición y posterior estimación de una elasticidad de crecimiento (π).

Definiremos como elasticidad de crecimiento a la variación porcentual de las existencias producto de variación en la tasa de retención (δ), a su vez definida como el incremento porcentual en el número de vacas de un rebaño en un tiempo determinado.

Así;

$$\pi = \frac{\Delta E}{E} \cdot \frac{v}{\Delta v}$$

El valor de esta elasticidad es posible de conocerse estimando los parámetros de la ecuación de regresión siguiente:

$$\log E = \log a + \pi \log V$$

donde:

E = Existencia; V = Número de vacas

Dado que las hembras retenidas pueden tener su producto el mismo año en que son retenidas o en uno posterior, se deberán estimar a lo menos dos ecuaciones:

$$\log E_t = \log a_1 + \pi_1 \log V_t$$

$$\log E_{t+1} = \log a_2 + \pi_2 \log V_t$$

y, por lo tanto, la elasticidad de crecimiento resultante será la agregación de ambas elasticidades (π_1, π_2) calculadas

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

Entonces, se podrá decir que la tasa de crecimiento de las existencias ($\mu = E/E$) será igual al producto de dicha elasticidad (π) por la tasa de retención.

$$\mu = \delta \cdot \pi$$

Dado que podemos expresar la tasa de retención (δ) en función de la tasa de inversión (I), a través de la siguiente ecuación:

$$\delta = 1/v$$

Se puede decir que la tasa de crecimiento de la masa es función de la tasa de inversión, la elasticidad de crecimiento y el porcentaje de vacas en la masa.

$$(16) \quad \mu = \frac{1 \cdot \pi}{v}$$

Sin embargo, no basta sólo con visualizar cómo la Inversión Directa afecta el crecimiento, sino que además se hace necesario identificar las restricciones que en la práctica tiene dicho proceso y que vienen dadas fundamentalmente por la relación que tiene ésta con el nivel de producto y sus destinos finales. Un determinado volumen de producción, en un año cualquiera, deberá distribuirse entre las diversas alternativas entre las cuales están el crecimiento, el consumo o el comercio exterior. Así, si se plantea como meta una tasa de crecimiento determinada, y a la vez se plantea satisfacer determinados niveles de consumo, dado que la producción está dada y depende del nivel productivo (parámetro técnico-sanitarios), el modelo tenderá a ajustarse vía comercio exterior, es decir, importando o exportando. Lo anterior obliga a mantener cierto nivel de coherencia entre las metas de crecimiento, comercio exterior y consumo.

Se partirá analizando este problema considerando las diferentes opciones que el producto posee.

Así, si la producción para un año está dada (luego no es modificable por acciones que sean decididas ese mismo año), y se compone de hembras y machos, se podrá analizar el problema a nivel de las diferentes posibilidades que ambos componentes de la producción poseen.

Tanto las hembras como los machos producidos pueden destinarse a incrementar existencias o bien a consumo; sin embargo, son las opciones que se den para las hembras las determinantes fundamentales de la dinámica sectorial. Los machos, en el mediano plazo, no presentan opciones de destino, ya que finalmente la gran mayoría se destinará a consumo. Sólo en el corto plazo presentan algún grado de uso alternativo; sin embargo, dado su carácter especulativo pierden importancia en el mediano y largo plazo. Será entonces la producción de hembras la que presenta las opciones de destino relevantes para el análisis de la dinámica ganadera. ¿Cuáles son estas opciones? Se supondrá que la producción de hembras es equivalente a la mitad de la producción total, y que sus alternativas de uso serán Inversión, Reposición y Sacrificio para Consumo. Así;

$$(17) \quad \overline{QH}_t = \frac{\overline{Q}_t}{2} = IN_t + R_t + BH_t$$

donde:

QH = Producción de hembras; IN = Inversión neta; R = Reposición; BH = Beneficio de hembras.

En la ecuación precedente la reposición tiene un carácter técnico y es la inversión la variable que representa la opción productiva, por lo tanto, se asumirá que las hembras destinadas a beneficio tendrán un carácter residual dependiendo de cuánto se destine a inversión.

Dado que lo que interesa es analizar el componente de inversión, definiremos la inversión bruta como:

$$(18) \quad IB_t = IN_t + R_t = \frac{Q_t}{2} - BH_t$$

Ecuación que se puede representar gráficamente (gráfico 2). En él se pueden observar cuatro rectas, a saber: la de Inversión Neta (IN), la de Inversión Bruta (IB) (que de acuerdo a la ecuación (17), es una recta paralela a la de IN y que corta el eje de la abscisa en el punto R correspondiente a la reposición), la de Producción en el período (Q_t), (que como fue señalado con anterioridad está dada para ese año), y por último la de Producción de hembras ($Q_t/2$) que surge del supuesto que la producción se distribuye en partes iguales entre hembras y machos. La inversión neta máxima estaría dada por la retención de todas las hembras productivas, por lo tanto, corresponderá en el gráfico a aquel punto en que IB corta la recta de producción de hembras ($Q_t/2$).

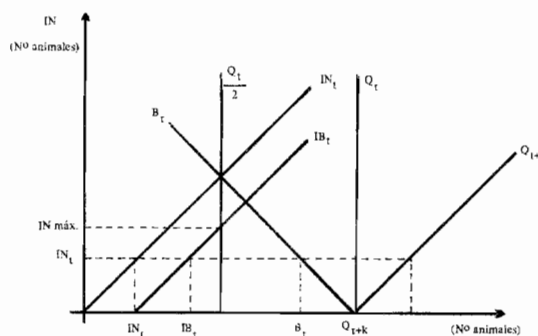


Gráfico 2: Curvas de isoproducto.

Por otro lado, se sabe que el beneficio (B) en un año cualquiera corresponde a la producción total (Q_t) de dicho período menos aquellas hembras que se han destinado a inversión neta; algebraicamente se expresará de la siguiente manera:

$$(19) \quad B_t = Q_t - IN_t$$

Esta ecuación viene representada en el gráfico 2 por la recta B_t .

Por último, interesará conocer el efecto que una Inversión Neta tendrá sobre la Producción. La importancia de esto es evidente. Las decisiones de inversión se toman para incrementar o disminuir

los flujos de producción, por lo tanto, el conocer qué sucederá con ésta, como resultado de una retención, es fundamental para precisar los esfuerzos de inversión requeridos para satisfacer las metas propuestas. Sin embargo, se debe entender que el proceso de inversión de hembras no se traduce inmediatamente en producción. Este período es equivalente a lo que anteriormente hemos denominado Edad de Madurez Comercial (k).

Ahora bien, se puede decir que la producción en el período (t+k) es equivalente a:

$$(20) Q_{t+k} = Q_t + \Delta Q$$

El problema es, ahora, saber de qué dependen ΔQ . Diremos que éste es igual al producto de la IN y la relación producto-capital (q) expresada en No de animales.

$$(21) \Delta Q = IN \cdot q$$

donde:

$$(22) q = \frac{\Delta Q}{IN} = \frac{\pi w}{v}$$

Sabemos que:

$$\pi = \frac{\Delta E}{IN} \cdot \frac{V}{E}; v = \frac{V}{E}; w = \frac{\Delta Q_t}{\Delta E_t}$$

Reemplazando cada uno de estos valores en la ecuación (22), tendremos:

$$q = \frac{\frac{\Delta E}{IN} \cdot \frac{V}{E} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta E}}{\frac{V}{E}} = \frac{\Delta Q}{IN}$$

Entonces, podemos escribir:

$$(23) Q_{t+k} = Q_t + \frac{(IN_t \cdot \pi \cdot w)}{v}$$

$$12) \text{ y } 13) v^* = [(1-ma)(1+g) + f(1-mt)(1 + (1-ma)(1 + (k-2)(1-ma)^{k-2}))]^{-1}$$

$$14) C_p = \sqrt{\sum_i (C - C_o)_i^2}$$

Submodelo de crecimiento

$$15) I_t = \frac{(V_t - V_{t-1})}{E_{t-1}}$$

$$16) \mu = \frac{I \cdot \pi}{v}$$

$$17) QH_t = \frac{Q_t}{2} = IN_t + R_t + BH_t$$

Ecuación que está representada en el gráfico 2 por la recta Q_{t+k} .

Es así como se puede ver que los elementos que definen la producción futura son, en primer término, la magnitud de la inversión y en segundo lugar, los parámetros técnico-sanitarios de la masa en cuestión, los que afectan la pendiente de la recta Q_{t+k} . Observándose aquí nuevamente la dicotomía crecimiento-productividad.

Con el objeto de entregar una visión global del modelo, se expone a continuación un resumen de las principales ecuaciones contenidas en cada uno de los submodelos descritos.

Submodelo básico

$$1) E_{t+1} = (E_t + Q_t + Mpx) - (F_t + Xp_t)$$

$$2) Q_t = wE_t$$

$$3) F_t = \frac{OIC_t}{w_{ct}}$$

$$4) w_{ct} = w_{bt} \cdot \Omega$$

$$5) OIC_t = CITC_t + (XC_t - MC_t)$$

$$6) CITC_t = CITC_{t-1} (1 + td)$$

$$7) w_t = v_t f_t (1 - mt) - ma (1 - v_t f_t)$$

$$8) f_t = i.e. - a$$

$$9) v_t = \frac{v_t}{E}$$

$$10) v_t = v_{t-1} (1 - ma) (1 + \delta)$$

Submodelo progreso productivo

$$11) 1 = v + t + nv + t_0$$

$$18) IB_t = IN_t + R_t = \frac{Q_t}{2} - BH_t = Q_t$$

$$19) B_t = Q_t - IN_t$$

$$20) Q_{t+k} = Q_t + \Delta Q = Q_t + \frac{(IN_t \cdot \pi \cdot w)}{v}$$

$$21) \Delta Q = IN_t \cdot q$$

$$22) q = \frac{\pi \cdot w}{v}$$

Una breve descripción del modelo indicaría que éste se encuentra subdividido en tres submodelos, un submodelo básico y dos submodelos que describen las dinámicas sectoriales (submodelo de progreso productivo y submodelo de crecimiento).

La variable eje del modelo corresponde a las Existencias (Ec. 1), además el submodelo básico considera elementos de Producción (Ecs. 2), 7), 8), 9) 10)), de Oferta (Ecs. 3), 5)) y de Demanda (Ec. 6)).

El submodelo de progreso productivo incorpora fundamentalmente el concepto de composición de equilibrio representado en las Ecs. 12) y 13) y una ecuación de carácter instrumental Ec. 14) que permite medir los cambios observados en la dinámica señalada.

Por último, el submodelo de crecimiento posee como eje central la inversión directa, describiendo a través de las Ecs. 15) y 16) la relación inversión directa-crecimiento y a través de las Ecs. 17), 18), 19), 20), 21) y 22) las relaciones Producto-Inversión-Producto, en otras palabras, considera al producto tanto en su dimensión de origen de inversión, así como de su dimensión de objetivo de la misma.

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo ha sido elaborar un modelo matemático que constituya un marco analítico para el mejor conocimiento de la dinámica del subsector bovino. El uso de una metodología de carácter objetivo, como son los modelos matemáticos, obligó en primer lugar a hacer una serie de definiciones de carácter conceptual sobre los procesos involucrados, que si bien muchas veces están presentes en las mentes de especialistas en forma de imágenes intuitivas, es difícil a partir de ellas hacer globalizaciones con la claridad requeri-

da. El modelo está estructurado en base a tres submodelos. Un submodelo básico donde se explicitan las relaciones que determinan el contexto general donde se insertan las dinámicas sectoriales, representadas éstas en el submodelo de progreso productivo y el submodelo de crecimiento. Así, el modelo permite identificar y analizar procesos de carácter específicos, como pueden ser, el análisis de la significancia de un parámetro particular, en términos de desarrollo sectorial, o bien, el conocer los efectos globales de un determinado esfuerzo de inversión. Por último, y aunque no es un objetivo primario del trabajo el hacer un modelo de programación sectorial, éste conforma un instrumento de gran ayuda para estudiar escenarios de desarrollo sectorial, constituyendo un instrumento útil para la programación, sobre todo en lo que dice relación con la formulación de objetivos y metas sectoriales, permitiendo hacer evaluaciones de la coherencia interna del programa.

REFERENCIAS

- CORFO -- UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE. Potencial Pecuario. Informe de Situación. Santiago. Gerencia Agrícola CORFO, 1987.
- FOXLEY, A. Estrategias de desarrollo y modelos de planificación. México, Fondo de Cultura Económica, 1975.
- IRURETAGOYENA O. MA.T. Prueba de idoneidad. Memoria. Madrid, Escuela Técnico-Superior de Ingenieros Agrónomos, Cátedra de Economía de la Empresa, Area 50, 1984.
- TIMMER, P.; FALCON, W., PEARSON, S. Food policy analysis. Londres. The Johns Hopkins University Press, 1983.
- TRONCOSO, J.L.; CARMONA, C. Perspectivas de la ganadería bovina en Chile: Carne y leche. Santiago, Centro de Estudios del Desarrollo, 1985. (Material para discusión Nº 68).

Recibido en agosto de 1987, aprobado en mayo de 1988.